UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

CDL ING. DELL'AUTOMAZIONE & ING. INFORMATICA (A-DE)

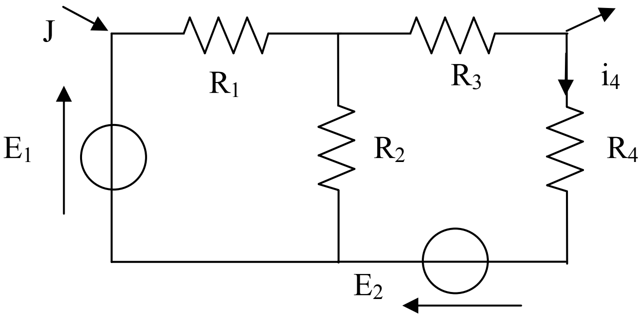
Prova scritta di **Introduzione ai Circuiti** – 19 dicembre 2006

Prof. **R. Albanese**

dati studente

Cognome:	Nome:
Matricola:	

Esercizio 1 – Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di un circuito resistivo lineare (convenzioni, serie-parallelo, Thevenin-Norton).

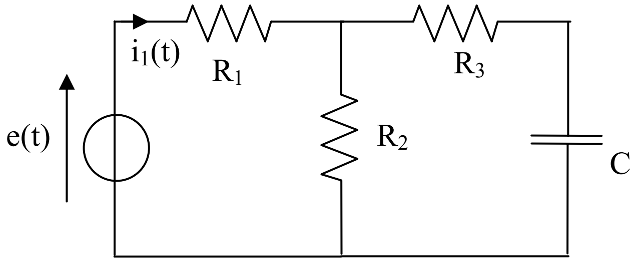


$E_1 = 60$ V; $E_2 = 120$ V
J= 10 A
$R_1 = R_2 = 24\ \Omega$;
$R_3 = R_4 = 12\ \Omega$;

Determinare la corrente i_4 nel resistore R_4.

Esercizio 2 — Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi di circuiti lineari in regime periodico (metodo dei fasori, soluzione di circuiti d'impedenze, potenza complessa, potenziali di nodo).

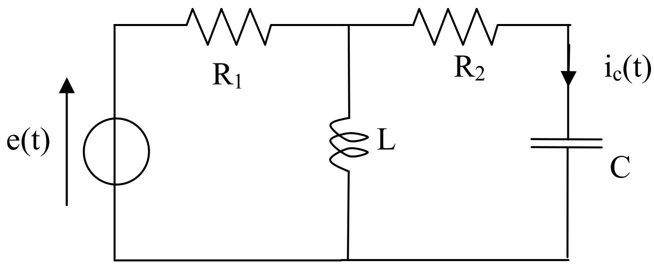
La rete è in regime sinusoidale permanente.
$R_1 = R_2 = R_3 = 120\ \Omega$, $C = 2$ mF,
$e(t) = E_M \cos(\omega t + \pi/4)$,
$E_M = 230$ V, $\omega = 100$ rad/s



Valutare: a) il valore della corrente i_1 all'istante t=0; b) la potenza reattiva assorbita dal condensatore; c) la potenza complessa erogata dal generatore indipendente di tensione.

Esercizio 3 — Obbiettivi: verificare la padronanza degli elementi fondamentali per l'analisi dei transitori nei circuiti lineari.

$R_1 = R_2 = 6\ \Omega$, $C = 20$ mF, $L = 200$ mH
$e(t) = E\ [1 - 1(t)]$
$E = 120$ V
1(t) è il gradino unitario.

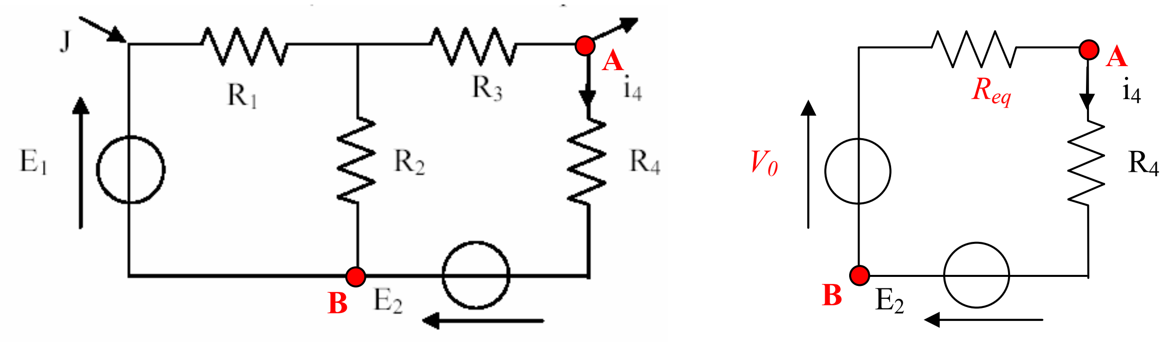


Valutare la corrente nel condensatore $i_c(t)$.

Si prega di non scrivere nella zona sottostante.

		A B
		C D
		Insuff.

Esercizio 1



Applicando il teorema di Thevenin ai morsetti A-B, la resistenza equivalente è:

$$R_{eq} = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 24\Omega$$

Utilizzando la sovrapposizione degli effetti, la tensione a vuoto è:

$$V_0 = E_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} - J\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3\right) = -210V$$

Ed infine, la corrente i_4 è data da:

$$i_4 = \frac{E_2 + V_0}{R_{eq} + R_4} = -2.5A$$

Esercizio 2

Utilizzando il metodo simbolico, utilizzando (ove non specificato diversamente le unità del SI, ed in particolare $C=2\cdot 10^{-3}\ F$), assumendo come modulo il valore efficace e scegliendo come riferimento di fase la funzione cos ωt, si ha:

a)

$$\overline{E} = \frac{E_M}{\sqrt{2}} e^{j\pi/4} = 115\sqrt{2}e^{j\pi/4}, \qquad \dot{Z}_{eq} = R_1 + \frac{R_2(R_3 - j/\omega C)}{R_2 + R_3 - j/\omega C} = 180.03e^{-j0.0069},$$

$$\overline{I}_1 = \overline{E}/\dot{Z}_{eq} = 0.9034e^{j0.7923}, \qquad i_1(t) = 1.278\cos(100t + 0.7923), \quad i_1(0) = 0.8974A$$

b) la corrente nel condensatore può essere ottenuta con la regola del partitore di corrente e la potenza reattiva assorbita dal quadrato del valore efficace della corrente moltiplicata per la reattanza del condensatore:

$$\overline{I}_c = \overline{I}_1 \frac{R_2}{R_2 + R_3 - j/\omega C} = 0.4516e^{j08132}, \qquad Q_c = -I_c^{\ 2}/\omega C = -1.020VAr$$

dove il riferimento della corrente, peraltro ininfluente per il calcolo della potenza reattiva Q_c assorbita dal condensatore, è scelto in modo che i_1 sia pari alla somma di i_c e della corrente che fluisce nel resistore R_2;

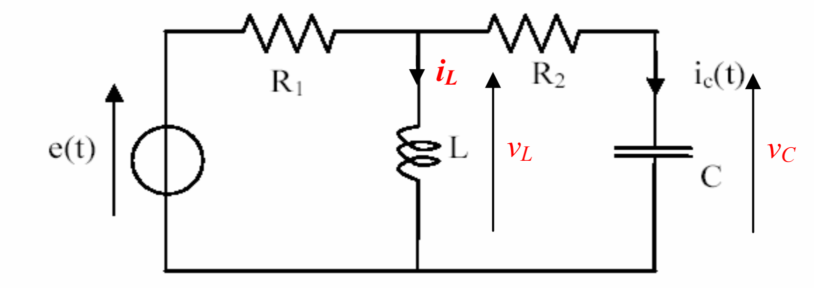
c) avendo scelto i valori efficaci delle grandezze come moduli dei relativi fasori, la potenza complessa erogata dal generatore è data dal prodotto tra il fasore rappresentativo della tensione $e(t)$ ed il coniugato del fasore rappresentativo della corrente $i_1(t)$:

$$\dot{A} = \overline{E}\overline{I}_1^{\,*} = 115\sqrt{2}e^{j\pi/4}0.9034e^{-j0.7923} = 146.92e^{-j0.0069} = Ae^{j\varphi} = P + jQ$$

$$P = A\cos\varphi = 146.92W, \quad Q = A\sin\varphi = -1.020VAr$$

poiché gli altri componenti sono dei resistori, per la conservazione delle potenze risulta $Q=Q_c$; tuttavia per il calcolo di Q_c con la procedura descritta in precedenza è possibile effettuare i calcoli intermedi con un numero minore di cifre significative.

Esercizio 3



t<0

Per $t<0$, $1(t)=0$, $e(t)=E$ e la rete è in regime stazionario, quindi il condensatore si comporta come un circuito aperto e l'induttore come un corto circuito. La corrente $i_c(t)$ è quindi nulla per t<0. E' comunque necessario calcolare le grandezze per la determinazione delle condizioni iniziali nel transitorio successivo: $i_L = E/R_1 = 20A, \quad v_C = 0$.

t>0

Per $t>0$, $1(t)=1$, $e(t)=0$ e la rete è in evoluzione libera. Le equazioni di stato si ottengono calcolando v_L e i_C nel circuito resistivo associato in funzione delle variabili di stato i_L e v_C e dalle caratteristiche dei due bipoli dinamici:

$$\begin{cases} v_L = -i_L \dfrac{R_1 R_2}{R_1+R_2} + v_C \dfrac{R_1}{R_1+R_2} \\ i_c = -i_L \dfrac{R_1}{R_1+R_2} - \dfrac{v_C}{R_1+R_2} \end{cases}, \qquad \begin{cases} L\dfrac{di_L}{dt} = -i_L \dfrac{R_1 R_2}{R_1+R_2} + v_C \dfrac{R_1}{R_1+R_2} \\ C\dfrac{dv_C}{dt} = -i_L \dfrac{R_1}{R_1+R_2} - \dfrac{v_C}{R_1+R_2} \end{cases}$$

Dall'ultima relazione ricaviamo i_L in funzione di v_C e dv_C/dt:

$$i_L = -\frac{R_1+R_2}{R_1} C \frac{dv_C}{dt} - \frac{v_C}{R_1}$$

Sostituendo nell'altra relazione otteniamo:

$$LC\frac{R_1+R_2}{R_1}\frac{d^2 v_C}{dt^2} + \left(\frac{L}{R_1} + R_2 C\right)\frac{dv_C}{dt} + v_C = 0$$

Utilizzando unità del SI (ed in particolare $C=20\cdot 10^{-3}$ F, $L=0.200$ H), le radici si ottengono dall'equazione:

$$0.0080\lambda^2 + 0.1533\lambda + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda = -9.583 \pm 5.758j$$

e quindi:

$$v_C(t) = k_1 e^{-9.583t}\cos 5.758t + k_2 e^{-9.583t}\sin 5.758t$$

$$\begin{aligned} i_L(t) = -0.04\cdot(&-5.758k_1 e^{-9.583t}\sin 5.758t - 9.583k_1 e^{-9.583t}\cos 5.758t + \\ &+ 5.758k_2 e^{-9.583t}\cos 5.758t - 9.583k_2 e^{-9.583t}\sin 5.758t) + \\ &-(k_1 e^{-9.583t}\cos 5.758t + k_2 e^{-9.583t}\sin 5.758t)/6 \end{aligned}$$

Le costanti di integrazione si determinano imponendo:

$$\begin{cases} v_C(0^+) = v_C(0-) \\ i_L(0^+) = i_L(0-) \end{cases}, \quad \begin{cases} k_1 = 0 \\ 0.216k_1 - 0.230k_2 = 20 \end{cases}, \quad \begin{cases} k_1 = 0 \\ k_2 = -86.96 \end{cases}$$

quindi $i_c = C dv_C/dt = -(10.0\cos 5.758t + 16.7\sin 5.758t)e^{-9.583t}$.